Etude d'une famille de fonctions 1

Fiche élève

Soit une famille de fonctions définie sur $\mathbb{R}$ par leur équation:

$f_m : x \to (x^2 - mx + 1) \cdot e^x$ avec m un paramètre réel. Le graphe de f_m sera désigné par G_m.

1. Déterminer:
    a. le comportement asymptotique de G_m
    b. la valeur en m pour laquelle l'axe des abscisses est tangent à G_m au minimum de la fonction
    c. la valeur en m pour laquelle G_m n'admet pas de point extremum
    d. le lieu des points minima de G_m pour $m > 0$
    e. la valeur exacte de m pour laquelle l'aire de la surface limitée par la courbe, l'axe des x, l'axe des y et la droite d'équation $x = -4$ vaut exactement 5 unités d'aire.
    f. la valeur approchée à 10^{-4} près de λ pour laquelle $\int_{\lambda}^{0} f_2(x)\,dx = 5$

2. Considérons la fonction f_3.
    a. Esquisser sur votre feuille le graphique G_3 (unité: 1cm)
    b. Marquer sur ce graphique le triangle OAB, avec:
    $O(0;0)$, $A(u; f_3(u))$, $B(u;0)$ et $u < 0$
    c. Déterminer la valeur approchée de u, pour laquelle:
        i. le triangle OAB est isocèle
        ii. le triangle OAB ait une aire maximale
        iii. le volume de révolution engendré par la rotation de ce triangle autour de l'axe des x, calculé par intégration, soit maximal. Contrôler le résultat obtenu en utilisant la formule de calcul du volume du corps ainsi obtenu.
        iv. le volume de révolution engendré par la rotation de la surface délimitée par la courbe, la droite OA et l'axe des y autour de l'axe des x.