



## La population mondiale après 2200

*Fiche élève*

La croissance de la population mondiale constitue pour l'humanité un problème non négligeable. Elle dépend de facteurs multiples tels le nombre actuel d'habitants de la terre, l'environnement, la disponibilité des ressources nécessaires etc.

En octobre 1999, déjà plus de six milliards de gens peuplaient notre planète et l'on sait que, depuis, ce nombre faramineux ne cesse de croître. Il est évident qu'à long terme la terre encaissera très mal une telle explosion démographique.

Examinons donc dans ce contexte le tableau résumant le pronostic avancé par l'ONU en 1990 :

1960	1990	2000	2025	2050	2100	2150	Après 2200
3,02 (*)	5,3	6,23	8,15	9,75	11,04	11,54	Stabilisation à 11,6

(\* en milliards)

Nous essayerons par la suite de dégager le modèle mathématique qui a permis de faire ce pronostic.

I. Voici trois fonctions représentant chacune un type de croissance différent :

- Croissance linéaire :  $y(t) = 0,093t + 5,3$
- Croissance exponentielle :  $y(t) = 5,3e^{0,016t}$
- Croissance parabolique :  $y(t) = \sqrt{1,072t + 28,09}$

*y(t) indique la population (en milliards) à l'instant t (en années)  
(l'année 1990 correspond à t=0, l'année 1991 correspond à t=1, etc)*

- I.1. Représenter les graphes des trois fonctions pour la période de 1960 à 2150.
- I.2. A l'aide de deux arguments différents, expliquer pourquoi aucune de ces fonctions ne peut être à la base du pronostic de l'ONU.
- I.3. Sur la même figure, représenter les données obtenues par l'ONU ; juger de la qualité de chacun de ces modèles.

II. On donne maintenant la fonction définie par :

$$y(t) = \frac{a}{1 + be^{-kt}}, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{R}_o^+ \text{ (croissance logistique).}$$

- II.1. Déterminer a, sachant que cette fonction est à la base du pronostic de l'ONU pour les années après 2200.
- II.2. Déterminer ensuite b et k sur base des données des années 1960 et 1990.

III. On suppose que l'ONU s'est basée sur la fonction suivante pour établir

son pronostic : 
$$y(t) = \frac{11,6}{1 + 1,1887e^{-0,029t}}$$

- III.1. En traçant le graphe de cette fonction, juger si elle est bien à la base du pronostic de l'ONU.
- III.2. Déterminer les asymptotes, extréma et points d'inflexion de cette fonction.
- III.3. Pour quelles périodes (en années) ce modèle donne-t-il un accroissement annuel de la population inférieur à 0,05 milliards ? Justifie ta réponse !
- III.4. Sur la base de ce modèle, calculer la moyenne de la population mondiale entre 1990 et 2150.
- III.5. Que représente le point d'inflexion de cette fonction dans le contexte de la croissance démographique mondiale ? Justifie ta réponse !