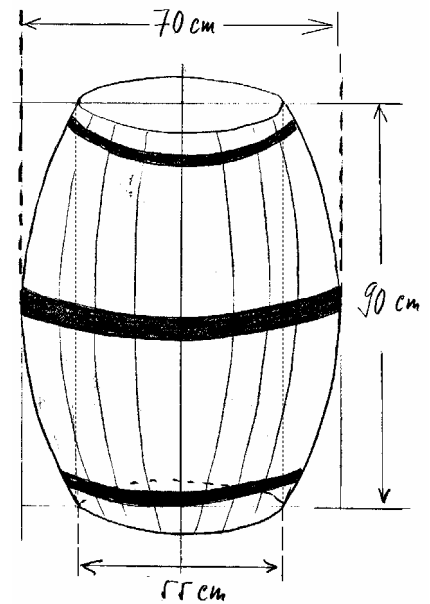




Un tonneau à vin

Fiche élève

Considérons le tonneau à vin à sections circulaires dont les dimensions sont notées sur la figure ci-contre. Dans toute la suite du problème, on négligera l'épaisseur ainsi que les inégalités éventuelles de la paroi du tonneau.



- a) Dans sa cave à vin, un vigneron a rangé ses tonneaux selon leurs contenances en les classant dans les catégories 100, 200, 250, 300 et 350 litres. Estimez, avec les moyens de la géométrie élémentaire, dans quelle catégorie figurera le tonneau susmentionné.
- b) Déterminez le volume du tonneau par les méthodes du calcul intégral. (Vous établirez d'abord l'équation de la parabole qui engendre le tonneau).
(Au cas où vous ne réussiriez pas à établir cette équation, vous continuerez les calculs en utilisant l'équation $y = -0,037x^2 + 3,5$.)
- c) Johannes Kepler (astronome et mathématicien allemand, 1571-1630) a établi la formule suivante pour évaluer le volume d'un tonneau ⁽¹⁾ :
- $$V = \frac{1}{3} \left(\text{aire}_{\text{base inférieure}} + 2 \cdot \text{aire}_{\text{base moyenne}} \right) \cdot \text{hauteur} .$$
- Comparez le résultat obtenu à l'aide de cette formule et celui obtenu sous b).
- d) Quel est le niveau du vin lorsque le tonneau est rempli aux $\frac{2}{3}$ de son volume ?

⁽¹⁾ formule donnant une bonne approximation du volume d'un tonneau à condition que les deux bases inférieure et supérieure soient identiques, la "base moyenne" étant située à mi-hauteur du tonneau - conditions vérifiées pour le tonneau du problème