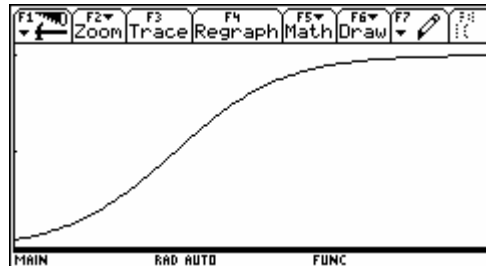




La croissance du tournesol

Fiche professeur

1. Si on mesure la hauteur d'un tournesol tout au long de sa croissance, on obtient à peu près la courbe suivante :



Au début des mesures (jour 0) la hauteur est de 0,1 m. Après 100 jours elle est de 1,27 m. Après 200 jours le tournesol atteint sa hauteur maximale de 2 m.

Détermine une fonction polynôme du 3^e degré qui décrit la croissance du tournesol pendant les 200 premiers jours.

2. Les biologistes proposent la fonction suivante pour modéliser la croissance du tournesol :

$$h_r(t) = \frac{2e^{rt}}{e^{rt} + 19},$$

où t représente le temps en jours et où r est une constante réelle strictement supérieure à zéro.

- a. Quelle est la hauteur du tournesol au début des mesures d'après ce modèle ?
- b. Démontre que la fonction h_r est strictement croissante.
- c. Vers quelle valeur limite tend la hauteur du tournesol d'après ce modèle ? Explique en quoi ce modèle mathématique est différent de la réalité.
- d. A quel instant t_m la vitesse de croissance est-elle maximale et quelle est alors la hauteur du tournesol ? Quelle particularité présente le graphe de h_r pour $t = t_m$?
- e. Les biologistes ont montré que la valeur de r peut varier entre 0,015 et 0,055 selon la variété du tournesol. Trace le graphe de h_r pour différentes

valeurs de r . Quelle information le paramètre r fournit-il dans le contexte de la croissance du tournesol?

- f. Une fonction telle la fonction h , s'appelle « fonction logistique ». En général une fonction logistique est défini comme suit :

$H(t) = \frac{ae^{rt}}{e^{rt} + b}$ (où a , b et r sont des constantes réelles strictement positives).

Détermine les paramètres a et b de telle sorte que la fonction H décrive la croissance d'une variété de tournesol dont la hauteur est de 0,2 m au début des mesures et dont la hauteur tend vers la valeur limite de 1,8 m.