

## Une équation avec un paramètre

Soit  $k$  un réel donné. On s'intéresse au *nombre de solutions* de l'équation

$$(E) : \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = kx^2, \quad k \in \mathbb{R}.$$

On dit que  $k$  est le *paramètre* de cette équation (et  $x$  est l'*inconnue*).

- (1) Vérifier que la V200 ne sait pas résoudre *algébriquement* l'équation (E).
- (2) a) Déterminer *graphiquement*, suivant les valeurs de  $k$ , le nombre de solutions de (E).  
b) On note  $k_0$  la valeur strictement positive du paramètre  $k$  pour laquelle l'équation (E) a une unique solution. Déterminer *graphiquement* une valeur approchée de  $k_0$ .
- (3) Démontrer par un *raisonnement analytique* que pour  $k \leq 0$ , l'équation (E) a une unique solution. (*Indication* : Etudier les variations de la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - kx^2$ .)
- (4) Déterminer par un *raisonnement analytique* la valeur exacte de  $k_0$  (définie dans la question (1b)) et la solution unique de l'équation (E) dans ce cas.
- (5) Résumer toute l'étude du nombre de solutions de (E) dans un tableau.