

# Problème du café et du lait

Installé sur la terrasse d'un bistrot de la Place d'Armes, Michel reçoit une tasse de café noir servi à 72 °C et un petit pot de lait à température ambiante, c.-à-d. 23 °C. Il souhaite boire son café au lait dans dix minutes. Pour que la boisson soit la plus chaude à ce moment, doit-il verser immédiatement le lait dans le café ou vaut-il mieux le verser juste avant de la boire ?

## ***Hypothèses et modélisation :***

- Une tasse contient 10 cl de café et Michel verse 3 cl de lait dans son café.
- Le mélange d'un volume  $V_A$  d'un liquide A à température  $T_A$  et d'un volume  $V_B$  d'un liquide B à température  $T_B$  donne un liquide à température :

$$\frac{V_A \cdot T_A + V_B \cdot T_B}{V_A + V_B}.$$

- On admet que la vitesse de la variation de température d'un liquide est proportionnelle à l'écart de la température du liquide et de la température ambiante, ce qui se traduit mathématiquement par l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_{\text{amb}})$$

où :  $T$  est la température du liquide,

$T_{\text{amb}}$  est la température extérieure,

$t$  est le temps écoulé en minutes,

$k$  est une constante de proportionnalité négative (pourquoi ?) dépendant des conditions expérimentales ; on choisit pour le problème  $k = -0,05$ .

***Remarque.*** On pourra utiliser la méthode d'Euler pour trouver une solution approchée des équations différentielles.

*(D'après un projet primé, présenté à l'ExpoSciences du 8 au 10 mai 2003 par les Jeunesses scientifiques de Belgique.)*