



Problème de tangentes 2

Partie I) Travaux d'approche (pour sections B, C et D)

On donne la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{4}{3}$.

1) Détermine l'équation de la tangente t_1 à C_f au point $P(1, f(1)) \in C_f$

Quel est le point I, point d'intersection de t_1 avec l'axe des ordonnées ?

Représentez C_f et t_1 dans ton cahier.

Existe-t-il d'autres tangentes à C_f qui passent par le même point I ?

Si oui, représente l'une d'entre elles sur ce même graphique.

2) Déterminez l'équation de la tangente t_a à C_f au point $M(a, f(a))$.

Quel est le point d'intersection de cette tangente avec l'axe des ordonnées ?

A partir de cette information trouvez les équations des tangentes qui passent par le point I.

3) Quel est le nombre de tangentes à C_f qui passent par le point A(0 ; 3) ?

..... qui passent par le point B(0 ; 2) ?

..... qui passent par le point C(0 ; $\frac{4}{3}$) ?

Partie II) Problème : (pour section B uniquement)

1) On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{4}{3}$.

On appelle P le point d'intersection de la tangente à C_f au point d'abscisse x_0 et de l'axe des ordonnées.

Par certains points de l'axe des ordonnées on peut tracer une, deux, trois ... tangentes à C_f . Etablis une classification des points de l'axe Oy en fonction du nombre de ces tangentes.

Trouve les équations des tangentes qui passent par le point $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

2) En voulant refaire l'exercice à la maison une élève se trompe de fonction et refait le problème avec la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{4}{3}$. Elle résout correctement le problème avec la « mauvaise » fonction, mais à son grand étonnement elle retrouve le même classement que précédemment.

En réessayant avec la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{1124}{9368}x + \frac{4}{3}$ elle retrouve, oh surprise, encore le même classement. Elle affirme alors que quelque soit le coefficient de x dans l'expression de la fonction f , le classement des points de l'axe des ordonnées sera toujours le même.

Explique pourquoi !