



Amélie et son portable

Fiche du professeur

Niveau : 3e BCD

Sujets et objectifs :

- Modélisation mathématique et mise en équation
- Détermination d'un abonnement dont le coût mensuel est minimal
- Interprétation graphique d'une inéquation de la forme : $f(x) < g(x)$
- Traitement rapide de calculs importants avec la V200 au moyen de listes

Connaissances préliminaires

- Fonctions 3ième
- Equations et inéquations du premier degré
- Pourcentages

Enoncé

Un opérateur de téléphonie A propose trois types d'abonnement :

1°) *Freesurf* : frais fixes : 0 €/mois ; 0,15 €/min commencée

2°) *Libertysurf* : frais fixes : 5 €/mois ; 0,09 €/min commencée

3°) *Business* : frais fixes : 14 €/mois ; 0,03 €/min commencée

a) Déterminer graphiquement et par un calcul l'abonnement le moins cher en fonction de la durée de communication.

b) Amélie a opté pour l'abonnement *Libertysurf*. Voici le nombre de minutes qu'elle a commencées les six premiers mois de l'année 2003:

janvier : 103

février : 168

mars : 25

avril : 142

mai : 77

juin : 189

Calculer la somme d'argent qu'Amélie aurait pu épargner si elle avait choisi chaque mois l'abonnement le plus avantageux.

c) Est-ce qu'Amélie aurait pu épargner de l'argent en choisissant un des deux autres abonnements pour les six premiers mois de l'année 2003 ? Justifier la réponse par un calcul adéquat.

d) Un deuxième opérateur B propose un seul abonnement :

Surflight : frais fixes : 3 €/mois ; 0,11 €/min commencée

On suppose d'une part qu'Amélie va garder les mêmes habitudes pendant les six mois suivants (juillet : 103 minutes ; août : 168 minutes ; etc), d'autre part que l'opérateur A augmente les frais fixes de 10% et les frais pour une minute commencée de 15% pour chacun de ses trois types d'abonnements.

Est-ce qu'Amélie a intérêt à changer d'abonnement ? d'opérateur ? Justifier la réponse par un calcul adéquat.

Remarque : Les frais fixes de l'abonnement *Freesurf* de l'opérateur A restent nuls après augmentation des tarifs.

Solution

a) Soient

n le nombre de minutes commencées par mois ($n \in \mathbb{N}$),

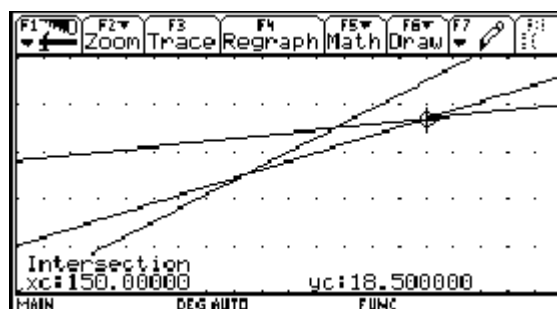
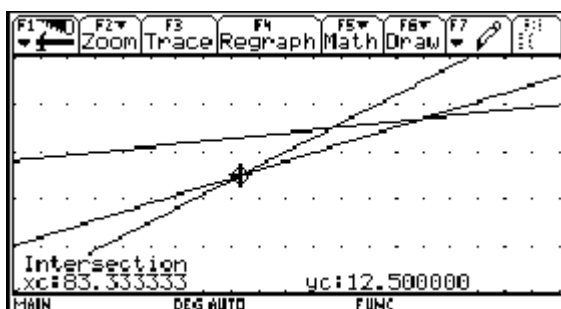
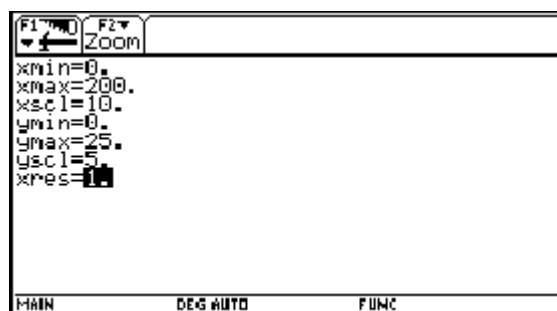
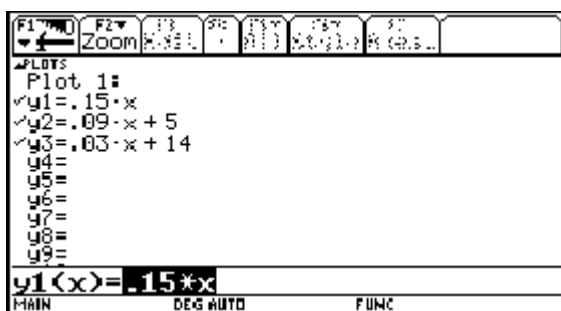
$f(n)$ le prix à payer pour un mois avec l'abonnement Freesurf

$g(n)$ le prix à payer pour un mois avec l'abonnement Libertysurf

$h(n)$ le prix à payer pour un mois avec l'abonnement Business

alors :

$$f(n) = 0,15n ; g(n) = 5 + 0,09n ; h(n) = 14 + 0,03n$$



$$\begin{cases} f(n) \leq g(n) \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,15n \leq 5 + 0,09n \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow n \leq 83,3 \text{ et } n \in \mathbb{N}$$

$$0,15 \cdot 83 = 12,45 \quad 5 + 0,09 \cdot 83 = 12,47$$

$$0,15 \cdot 84 = 12,6 \quad 5 + 0,09 \cdot 84 = 12,56$$

Si le nombre de minutes commencées est inférieur ou égal à 83 il est avantageux de choisir l'abonnement Freesurf.

$$\begin{cases} g(n) \leq h(n) \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + 0,09n \leq 14 + 0,03n \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow n \leq 150 \text{ et } n \in \mathbb{N}$$

$$14 + 0,03 \cdot 150 = 18,5 \quad 5 + 0,09 \cdot 150 = 18,5$$

$$14 + 0,03 \cdot 151 = 18,53 \quad 5 + 0,09 \cdot 151 = 18,59$$

Si le nombre de minutes commencées est supérieur ou égal à 84 et inférieur ou égal à 150 il est avantageux de choisir l'abonnement Libertysurf. 150

Si le nombre de minutes commencées est supérieur ou égal à 150 il est avantageux de choisir l'abonnement Business.

b) Economies réalisées par Amélie :

$$g(168) - h(168) + g(25) - f(25) + g(77) - f(77) + g(189) - h(189) = 7,3 \text{ €}$$

c) Prix à payer avec l'abonnement Freesurf :

$$f(103) + f(168) + f(25) + f(142) + f(77) + f(189) = 105,6 \text{ €}$$

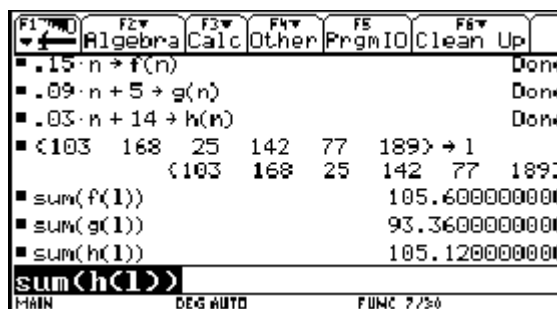
Prix à payer avec l'abonnement Libertysurf :

$$g(103) + g(168) + g(25) + g(142) + g(77) + g(189) = 93,36 \text{ €}$$

Prix à payer avec l'abonnement Business :

$$h(103) + h(168) + h(25) + h(142) + h(77) + h(189) = 105,12 \text{ €}$$

Amélie n'aurait pas pu épargner de l'argent en choisissant un des deux autres abonnements pour les six premiers mois de l'année 2003.



[V200 : {103,168,25,142,77,189} STO 1 → {103 168 25 142 77 189}

sum(f(L)) → {105,6}]

d) Soit n le nombre de minutes commencées par mois ($n \in \mathbb{N}$),

$p(n)$ le prix à payer pour un mois avec l'abonnement Surfflight

$g_1(n)$ le prix à payer pour un mois avec l'abonnement Libertysurf après l'augmentation alors :

$$p(n) = 3 + 0,11n ; g_1(n) = 1,1 \cdot 5 + 1,15 \cdot 0,09n = 5,5 + 0,1035n$$

Prix à payer avec l'abonnement Surfflight :

$$p(103) + p(168) + p(25) + p(142) + p(77) + p(189) = 95,44 \text{ €}$$

Comme $105,6 > 95,44$ le prix à payer avec l'abonnement Freesurf après l'augmentation est strictement supérieur à 95,44€.

Comme $105,12 > 95,44$ le prix à payer avec l'abonnement Business après l'augmentation est strictement supérieur à 95,44€.

Prix à payer avec l'abonnement Libertysurf après l'augmentation :

$$g_1(103) + g_1(168) + g_1(25) + g_1(142) + g_1(77) + g_1(189) = 105,864 \approx 105,86 \text{ €}$$

Amélie à intérêt à changer l'opérateur.

