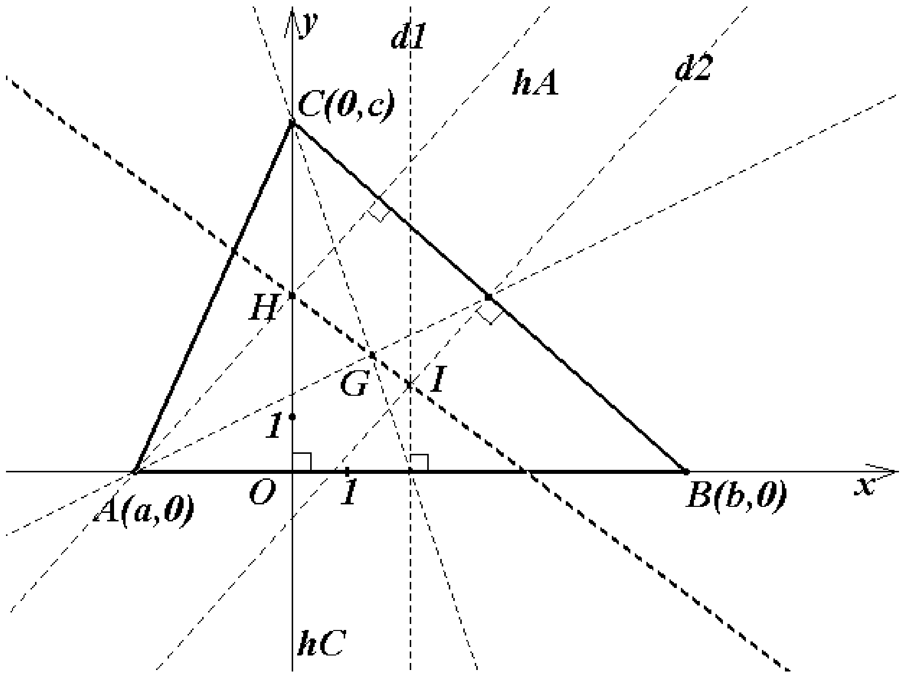
# *V200 Exercice d'application (3^e) : points remarquables dans un triangle*

***Fiche du professeur***

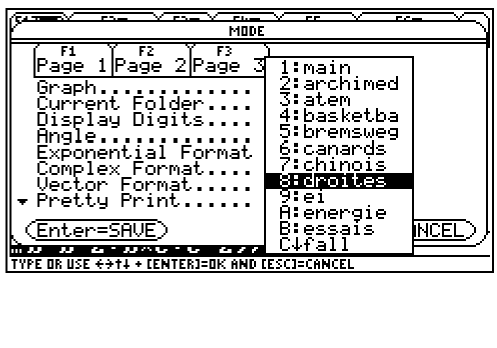
***Démontrer que, dans tout triangle ABC, le centre de gravité G, le centre du cercle circonscrit I et l'orthocentre H sont alignés.***

*Prérequis :* *Centre de gravité, centre du cercle circonscrit, orthocentre*
*Equation cartésienne d'une droite ; critère de perpendicularité de 2 droites*
*Fiche d'utilisation n°3 – équation cartésienne d'une droite*




On choisit un R.O.N. de telle sorte que $A(a,0)$, $B(b,0)$ et $C(0,c)$ avec $a < b$ et $c > 0$.

Se placer dans [HOME], [F1] 8 Clear Home
Par [MODE] Current Folder … choisir le fichier "droites" dans lequel sont mémorisés les "modules" *dp1p, d2p, dv1p* (*voir fiche d'utilisation n°3*) dont on se servira par la suite.




➢ On sait que $\boxed{G\left(\frac{a+b}{3},\frac{c}{3}\right)}$.

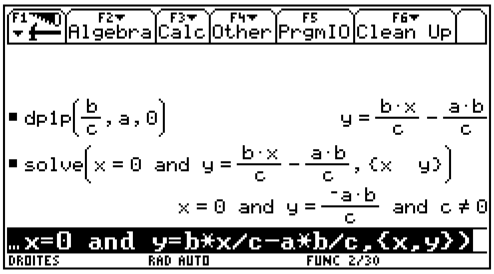
- <u>Calcul des coordonnées de $H$</u>:

$h_C \equiv x = 0$

$h_A$ passe par $A(a,0)$ et est perpendiculaire à $BC$ de pente $m_{BC} = -\dfrac{c}{b}$.

Il s'ensuit que $m_{h_A} = -\dfrac{1}{m_{BC}} = \dfrac{b}{c}$.

Ainsi $h_A = dp1p(\dfrac{b}{c}, a, 0) \equiv y = \dfrac{b}{c}x - \dfrac{ab}{c}$




$\{H\} = h_C \cap h_A$

On obtient $\boxed{H\left(0, -\dfrac{ab}{c}\right)}$.

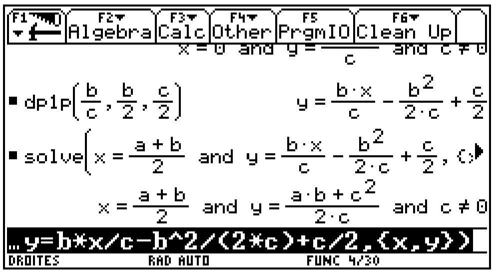
- <u>Calcul des coordonnées de $I$</u> :

$d_1 \equiv x = \dfrac{a+b}{2}$.

$d_2$ passe par $mil(B,C)\left(\dfrac{b}{2}, \dfrac{c}{2}\right)$ et sa pente vaut $m_{d_2} = \dfrac{b}{c}$.

Ainsi

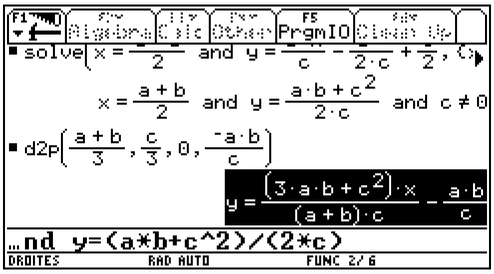
$d_2 = dp1p(\dfrac{b}{c}, \dfrac{b}{2}, \dfrac{c}{2}) \equiv y = \dfrac{b}{c}x - \dfrac{b^2}{2c} + \dfrac{c}{2}$.




$\{I\} = d_1 \cap d_2$.

On obtient $\boxed{I\left(\dfrac{a+b}{2}, \dfrac{ab+c^2}{2c}\right)}$.

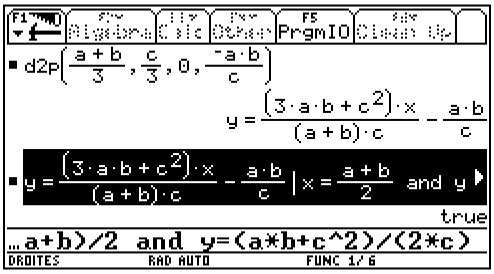
➢ Est-ce que $I \in GH$ ?

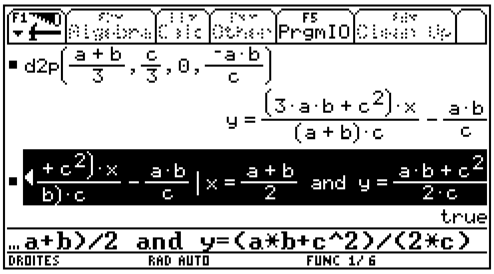



- Si *GH* n'est pas parallèle à *Oy*, c.-à-d. si $a+b \neq 0$, alors

  $GH = d2p\left(\dfrac{a+b}{3},\dfrac{c}{3},0,-\dfrac{ab}{c}\right) \equiv y = \dfrac{3ab+c^2}{(a+b)c}x - \dfrac{ab}{c}$

Est-ce que les coordonnées de *I* vérifient l'équation de $GH$ ? Oui!




- Si $a+b=0$ alors $G\left(0,\dfrac{c}{3}\right)$, $H\left(0,-\dfrac{ab}{c}\right)$ et $I\left(0,\dfrac{ab+c^2}{2c}\right)$. Il s'ensuit que les points *G, H* et *I* appartiennent à *Oy* et sont donc alignés.