



Simulations 1 (Fiche technique)

Genre du document : Fiche technique (destinée avant tout au professeur)

Niveau : 3e B C D ; 2e B ; 1ère B C D

Sujets et objectifs : Simulation du lancer d'une pièce de monnaie pour illustrer les notions de fréquence absolue, de fréquence relative ainsi que la notion de probabilité d'un événement.

Connaissances préliminaires :



Simulation du lancer d'une pièce de monnaie

a) La fonction $rand()$

La V200 dispose d'un générateur de nombres aléatoires.

Le module $rand()$ (utilisé sans paramètre) retourne un nombre aléatoire compris entre 0 et 1.

$rand(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$, retourne un nombre aléatoire **entier** i tel que $1 \leq i \leq n$, et

$rand(-n)$, $n \in \mathbb{N}^*$, retourne un nombre aléatoire **entier** i tel que $-n \leq i \leq -1$.

Module	Résultat
$rand()$.09129616099
$rand()$.267213282632
$rand()$.797954482782
$rand()$.842881260666
$rand(10)$	9
$rand(10)$	8
$rand(10)$	10
$rand(10)$	

Module	Résultat
$rand(10)$	10
$rand(10)$	7
$rand(10)$	6
$rand(6)$	2
$rand(6)$	5
$rand(6)$	1
$rand(-5)$	-1
$rand(-5)$	-5
$rand(-5)$	

Le module $rand(6)$ permet donc de simuler le lancer d'un dé¹.

¹ Voir Fiche technique Simulations2

Dans le cas du **lancer d'une pièce de monnaie**, on convient de représenter « *pile* » par le nombre 0 et « *face* » par le nombre 1.

On peut alors **simuler le jet d'une pièce de monnaie par le module $\text{rand}(2)-1$** ².

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
■ rand(2) - 1 0
■ rand(2) - 1 1
■ rand(2) - 1 0
■ rand(2) - 1 1
■ rand(2) - 1 1
■ rand(2) - 1 0
■ rand(2) - 1 0
rand(2)-1
MAIN DEG AUTO FUNC 7/30
  
```

b) Pour simuler n lancers d'une pièce de monnaie, on fait appel au module *seq* (= sequence = suite).

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
■ seq(rand(2)-1,i,1,10)
<0 1 1 1 1 0 0 1 0 1>
seq(rand(2)-1,i,1,10)
MAIN DEG AUTO FUNC 1/1
  
```

Une pièce est lancée **10 fois**.
i est le « **compteur** » : il compte le nombre de lancers et varie ici de 1 à 10.

$\text{seq}(\text{rand}(2) - 1, i, 1, 500)$ **simule 500 lancers** et retourne une liste de 500 nombres aléatoires 0 ou 1.

On sauvegarde cette liste dans « *liste1* ».

$\text{cumSum}(\text{liste1})$ ³ établit la liste des « **fréquences (absolues)** » de « 1 », liste sauvegardée dans « *liste2* ».

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
■ seq(rand(2) - 1, i, 1, 500) → liste1
<1 0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 1>
■ cumSum(liste1) → liste2
<1 1 2 3 4 4 4 5 6 6 7 8>
■ seq(liste2[i], i, 1, 500) → liste3
{1 1/2 2/3 3/4 4/5 2/3 4/7 5/...}
<liste2[i]/i,i,1,500>→liste3
MAIN DEG AUTO SEQ 3/30
  
```

liste des « **fréquences relatives** » de « 1 »

Ainsi, p.ex., le 5^e élément de cette liste, i.e. savoir 4, signifie que le nombre « 1 » est apparu 4 fois au cours des 5 premiers lancers.

² $\text{rand}(2)$ permet également de simuler le lancer d'une pièce de monnaie si l'on convient de représenter "pile" par 1 et "face" par 2. Il sera pourtant plus difficile de compter le nombre de "pile" et de "face" lors de la simulation d'un nombre élevé de lancers.

³ cumSum = *cumulated sum*; $\text{cumSum}(\text{liste})$ retourne la somme cumulée croissante des éléments de *liste*.
 P.ex.: $\text{cumSum}(\{1,2,3,4\})=\{1,3,6,10\}$.

Attention aux
crochets !

En divisant chaque fréquence absolue par le nombre des expériences qui lui est associé, c.-à-d. en divisant le i -ième élément de la *liste2*, noté $liste2[i]$, par le nombre i , on obtient la liste des « **fréquences relatives** » de « 1 » ; elle sera sauvegardée sous le nom « *liste3* » (voir figure page précédente).

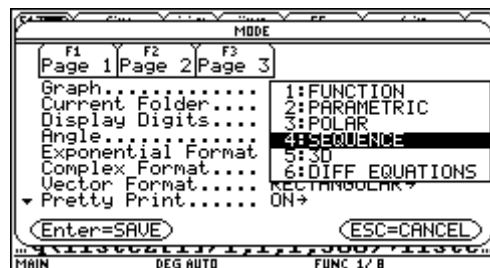
Le 5^e élément de cette liste, i.e. $\frac{4}{5}$, est la fréquence relative du nombre « 1 » pour les 5 premiers lancers de la pièce.

A chaque entier $i \in [1, 500]$, représentant le nombre de lancers déjà réalisés, est ainsi associée la fréquence relative de « 1 » :

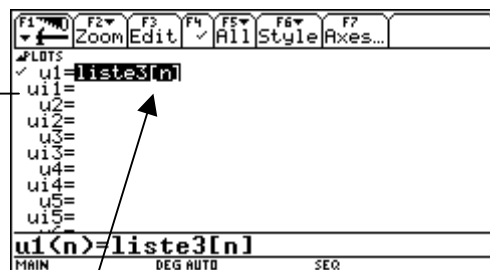
$$\begin{array}{lcl} [1, 500] \cap \mathbb{N} & \longrightarrow & [0, 1] \\ i & \longrightarrow & liste3[i] = \text{fréquence relative de « 1 » pour} \\ & & \text{les } i \text{ premiers lancers.} \end{array}$$

c) On étudiera comment les fréquences relatives varient en fonction du nombre i des expériences en représentant graphiquement la fonction⁴
 $i \rightarrow liste3[i]$.

➤ A l'aide de la touche 3 on choisit d'abord le mode graphique sequence ;



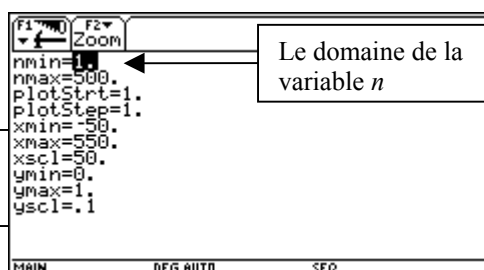
➤ Dans l'éditeur de fonctions $\text{Y} \#$ on introduit la "suite" $u1 = liste3[n]$.



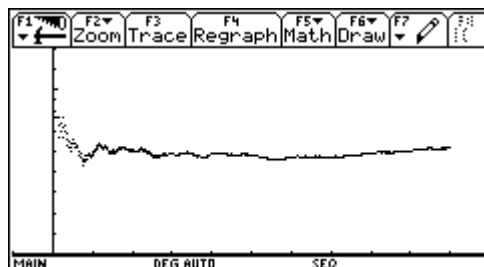
(Remarquer que d'une part on doit obligatoirement choisir n comme nom de la variable, et que d'autre part, étant donné que la suite est définie explicitement, la ligne donnant le 1^{er} élément $u1$ doit rester vide.⁵)

➤ On choisit le domaine de la variable n et les dimensions de la fenêtre dans $\text{Y} \ \$$:

Les dimensions de la fenêtre



➤ On passe dans la fenêtre graphique par $\text{Y} \ \%$:

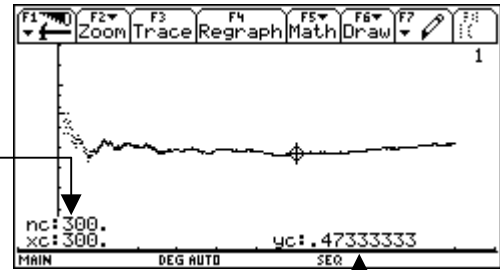


⁴ On attirera l'attention des élèves sur le fait qu'une fonction dont le domaine est un sous-ensemble de \mathbb{N} est appelée "suite" (angl. *sequence*) et que sa représentation graphique à l'aide de la V200 nécessite un autre mode graphique que celui des fonctions d'une variable réelle.

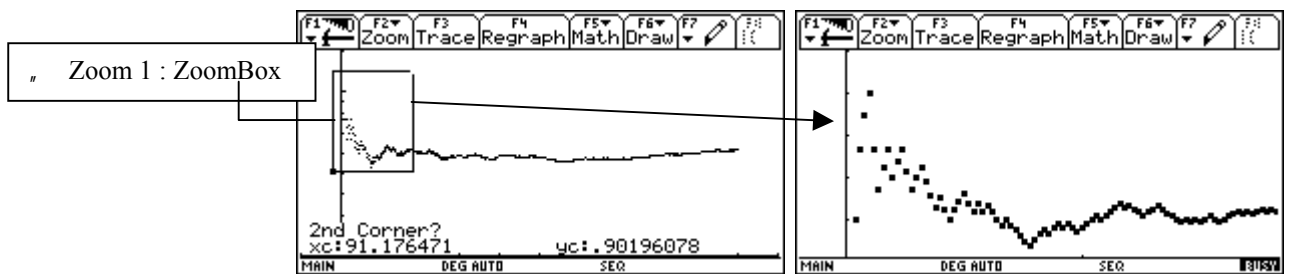
⁵ Voir Fiche technique: Les suites.

➤ On peut explorer le graphe à l'aide de ... Trace:

Ainsi, lorsque la pièce de monnaie a été lancée 300 fois ($nc = 300$), la fréquence relative de "1" vaut approximativement 0,473.

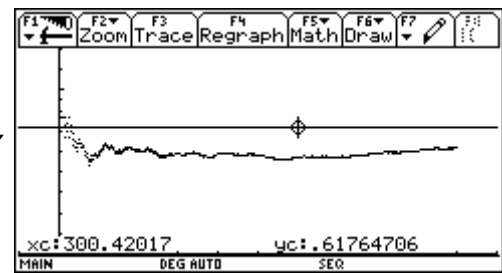
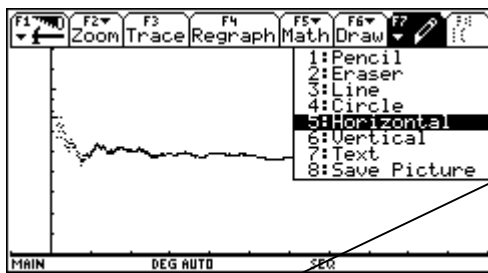


d) On constate que la fréquence relative varie fortement lorsque le nombre des expériences est petit :



Mais, lorsque le nombre des expériences augmente, **la fréquence relative du nombre « 1 » semble se « stabiliser » autour du nombre $\frac{1}{2}$.**

‰ 5:Horizontal permet de tracer la droite $y = \frac{1}{2}$.



Déplacer la droite vers le haut ou vers le bas à l'aide des touches C et D jusqu'à ce que $yc = .5$, puis confirmer par \rightarrow .

