# *Résolution des équations du $2^{nd}$ degré à une inconnue*

***Fiche élève***

1) Considérons les équations du $2^{\text{nd}}$ degré que voici:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x^2 - x - 6 = 0$ | (1) | $-3x^2 + 10x + 8 = 0$ | (2) |
| $-2x^2 + 13x = 0$ | (3) | $\frac{1}{5}x^2 + 2x + \frac{9}{5} = 0$ | (4) |
| $x^2 - x + 4 = 0$ | (5) | $-3x^2 + 10x - 12 = 0$ | (6) |
| $\frac{1}{5}x^2 - 2x + 5 = 0$ | (7) | $-\frac{1}{3}x^2 - 6x - 27 = 0$ | (8). |

- Quel lien y a-t-il entre les solutions éventuelles de l'équation (1) et la fonction figurant au premier membre de (1) ? En déduire les solutions de l'équation (1). Résoudre de la même manière les autres équations.
- Formuler une conjecture concernant le nombre des solutions d'une équation du $2^{\text{nd}}$ degré à une inconnue.

2) Soit $ax^2 + bx + c = 0$ une équation quelconque *(E)* du $2^{\text{nd}}$ degré à une inconnue $(a \neq 0)$. Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

   a) Quelle est la courbe représentative de la fonction $f$ ? Préciser la réponse en indiquant e.a. le(s) point(s) remarquable(s) ainsi que les éléments de symétrie.

   b) En déduire une démonstration de la conjecture formulée sub 1).

   c) En déduire également un critère donnant le nombre des solutions de l'équation *(E)*. Distinguer deux cas : $a > 0$ et $a < 0$.

   d) Au cas où l'équation *(E)* possède une seule solution, que vaut cette solution ?

   e) Au cas où l'équation *(E)* possède deux solutions, montrer qu'elles s'écrivent $x_1 = -\frac{b}{2a} - h$ et $x_2 = -\frac{b}{2a} + h$ $(h > 0)$ ; déterminer $h$.

3) Résumer les résultats obtenus sub 2) c) – e).