



Niveau : 3e BCD

Sujets et objectifs :

- Définir une suite par mode explicite et par mode récurrent à l'aide de la V200.
- Calculer la somme des n premiers termes d'une suite à l'aide de la V200.
- Utiliser la fonction $iPart$ = Partie entière de la V200.

Connaissances préliminaires

- Suites arithmétiques et géométriques.
- Notion d'arrondi. Fonction Partie entière.

Enoncé

Amandine et Bertrand décident d'arrêter de fumer le 31/12/2003.

Amandine qui a fumé 200 cigarettes, soit 10 paquets, par semaine décide de réduire chaque semaine le nombre de cigarettes fumées de 4.

Bertrand qui a fumé 160 cigarettes, soit 8 paquets, par semaine décide de réduire chaque semaine le nombre de cigarettes fumées de 5%. Pour chaque semaine il calcule le nombre de cigarettes auxquelles il a droit en partant du nombre de cigarettes qu'il a fumé la semaine précédente et arrondit le résultat vers le bas à l'unité. Bertrand prétend qu'avec sa méthode il va arrêter de fumer (la première semaine sans cigarette) avant Amandine. Leur professeur de mathématiques, soucieux de les encourager, propose au gagnant une entrée au cinéma et au perdant un thé au citron.

- a) Qui va gagner l'entrée au cinéma ?
- b) Lequel des deux aura dépensé plus d'argent avant d'arrêter de fumer sachant qu'un paquet de cigarettes coûte 2,85€ ? Chaque paquet commencé doit évidemment être payé !

Réponse

a) Soit a_n le nombre de cigarettes fumées par Amandine pendant la $n^{\text{ième}}$ semaine, alors : $a_n = 200 - 4n$ ($n \geq 1$)

Soit b_n le nombre de cigarettes fumées par Bertrand pendant la $n^{\text{ième}}$ semaine, alors : $b_n = iPart(0,95 \cdot b_{n-1}) \wedge b_1 = 152$ où $iPart(x)$ désigne la partie entière de x .

Remarque : $iPart = \text{integer Part} = \text{partie entière}$

Résolution à l'aide d'un tableau de valeurs

Comme la V200 met un certain temps pour effectuer les calculs il est préférable de choisir comme pas = Δt bl 10 (3^{ième} figure).

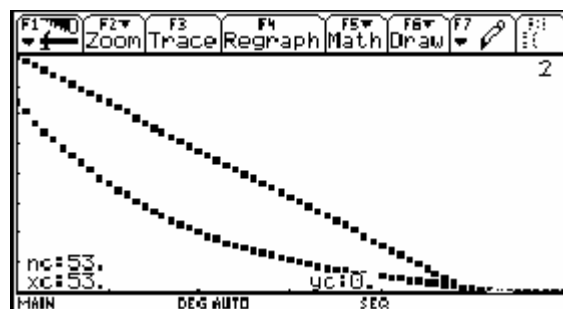
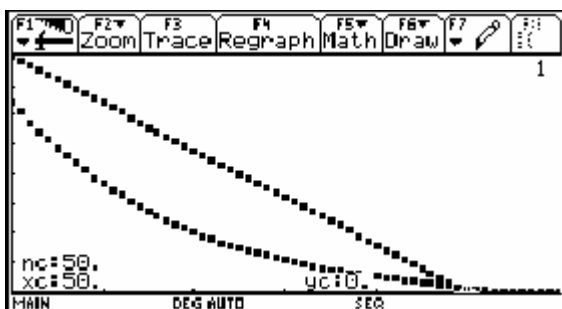
n	u1	u2
1	196.	152.
2	192.	144.
3	188.	136.
4	184.	129.
5	180.	122.
6	176.	115.
7	172.	109.
8	168.	103.

n	u1	u2
11	156.	87.
21	116.	49.
31	76.	25.
41	36.	12.
51	-4.	2.
61	-44.	0.
71	-84.	0.

n	u1	u2
48	8.	5.
49	4.	4.
50	0.	3.
51	-4.	2.
52	-8.	1.
53	-12.	0.
54	-16.	0.
55	-20.	0.

n	u1	u2
53	-12.	0.
54	-16.	0.
55	-20.	0.

Résolution à l'aide d'une représentation graphique



D'après la représentation graphique : $a_{49} = 4$; $a_{50} = 0$; $b_{52} = 1$; $b_{53} = 0$

On utilise F3 TRACE et les quatre flèches de direction pour déterminer les valeurs numériques des suites.

Amandine va gagner l'entrée au cinéma car elle arrête de fumer après 49 semaines et Bertrand après 52 semaines.

b) Nombre de cigarettes fumées par Amandine à partir du 1/1/2004 :

$$\sum_{n=1}^{49} (200 - 4n) = 4900$$

Nombre de cigarettes fumées par Bertrand à partir du 1/1/2004 :

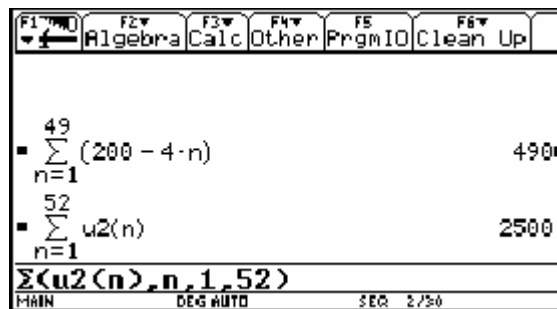
$$\sum_{n=1}^{52} u_2(n) = 2500$$

Somme d'argent dépensé par Amandine à partir du 1/1/2004 pour les cigarettes :

$$\frac{4900}{20} \cdot 2,85 = 698,25\text{€}$$

Somme d'argent dépensé par Bertrand à partir du 1/1/2004 pour les cigarettes :

$$\frac{2500}{20} \cdot 2,85 = 356,25\text{€}$$



n	an	bn	n	an	bn	n	an	bn	n	an	bn	n	an	bn
1	196	152	11	156	87	21	116	48	31	76	25	41	36	12
2	192	144	12	152	82	22	112	45	32	72	23	42	32	11
3	188	136	13	148	77	23	108	42	33	68	21	43	28	10
4	184	129	14	144	73	24	104	39	34	64	19	44	24	9
5	180	122	15	140	69	25	100	37	35	60	18	45	20	8
6	176	115	16	136	65	26	96	35	36	56	17	46	16	7
7	172	109	17	132	61	27	92	33	37	52	16	47	12	6
8	168	103	18	128	57	28	88	31	38	48	15	48	8	5
9	164	97	19	124	54	29	84	29	39	44	14	49	4	4
10	160	92	20	120	51	30	80	27	40	40	13	50	4900	3
												51		2
												52		1
														2500