

Remarque : La V200 n'est pas permise !

Question 1

8 (=5+3) points

- (1) Énoncer et démontrer la formule donnant le lien entre deux logarithmes de bases différentes et déduire de cette formule trois cas particuliers.
- (2) Étant donné un réel x strictement positif, on pose $\log_2 x = u$. Exprimer en fonction de u les expressions suivantes :

a) $\log_{16}(\sqrt{2}x^3)$

b) $\log_x^2 64$

c) $\frac{\ln x}{x}$

Question 2

18 (=6+6+6) points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

(1) $\log_x \sqrt{1-x} + \log_{x^2}(x+5) \geq 0$

(2) $x + 3 \log_8(2^x - 1) = \log_2 12$

(3) $\frac{(e^x)^2 - 6}{4 - e^x} \geq 0$

(*Examen de fin d'études secondaires : juin 2006, section B et juin 2007, sections C,D*)

Question 3

34 (=10+5+8+8+3) points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x - e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ x^2(1 - 2 \ln x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

et \mathcal{G} sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

- (1) Étudier la continuité de f en 0 et la dérivabilité de f en 0. Préciser ensuite les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f .
- (2) Étudier l'existence d'asymptotes à \mathcal{G} .
- (3) Étudier le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f .
- (4) Étudier la concavité de \mathcal{G} et déterminer les points d'inflexion éventuels.
- (5) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé du plan (unité = 1 cm).

(*Examen de fin d'études secondaires : juin 2006, section B*)