
1B Devoir de mathématiques I,3 12.12.08

Question 1 18 (=9+9) pointsRésoudre dans \mathbb{R} :

(1) $\log_{\frac{1}{4}}(3x - x^2) - \log_2 \frac{1}{x} + \log_4 |x - 1| = 0$

(2) $\log_9 x - \frac{1}{\log_3 x} \geq 1$

Question 2 26 (=5+8+8+5) points(1) a) Calculer l'intégrale indéfinie suivante sur \mathbb{R} :

$$\int \frac{x^2}{1+x^2} dx.$$

b) En déduire le calcul de

$$\int \frac{x^2}{1+x^2} \operatorname{Arctan} x dx.$$

(2) a) Déterminer les constantes réelles a , b et c telles que :

$$\frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 3} = a + \frac{bx + c}{x^2 + 2x + 3}.$$

b) En déduire le calcul de

$$\int \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 3} dx$$

sur un intervalle à déterminer.

(3) a) Déterminer les constantes réelles p , q et r telles que :

$$\frac{2x - 3}{x^2(x + 2)} = \frac{p}{x} + \frac{q}{x^2} + \frac{r}{x + 2}.$$

b) En déduire le calcul de

$$\int \frac{2x - 3}{x^2(x + 2)} dx \text{ sur }]-2, 0[.$$

(4) Calculer $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{2 - x}} dx$ sur un intervalle à déterminer.**Question 3 16 (=6+4+4+2) points**

On considère la fonction

$$f : x \mapsto 1 - |e^x - e^{2x}|$$

- (1) Déterminer le domaine de définition, de continuité et de dérivabilité de f . (Etudier en particulier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.)
- (2) Etudier le comportement asymptotique de f .
- (3) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation.
- (4) Construire la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.