1B	Devoir de mathématiques II,2	27.03.09

1re partie : sans V200, 50 minutes

Question 1 — 12 (=2+4+3+3) points

(1) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe représentative de

$$f : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x\sqrt{1-x^2}$$

et l'axe des abscisses.

(2) Calculer : $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,\mathrm{d}x$. (***Indication*** : poser $x = \frac{1}{t}$.)

(3) Calculer : $\displaystyle I(\lambda) = \int_0^{\lambda} \frac{1}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$, où $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$. Calculer ensuite : $\displaystyle\lim_{\lambda\to+\infty} I(\lambda)$.

(4) Calculer : $\displaystyle\int_1^2 x\cdot 2^{-x^2}\,\mathrm{d}x$.

(Examen de fin d'études secondaires, juin 2008)

Question 2 — 5 points

On considère la surface finie S délimitée par la courbe C d'équation $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}\,(x-3)$ et l'axe des abscisses. Calculer le volume du solide engendré par la rotation de S autour de l'axe Ox.

(Examen de fin d'études secondaires, juin 2004)

Question 3 — 13 (=5+1+7) points

On considère la fonction « cosinus hyperbolique », notée simplement f dans cette question pour des raisons pratiques.

$$f : x \mapsto \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

(1) Etudier f : domaines d'existence et de continuité, parité, limites aux bornes du domaine de f et asymptotes éventuelles, dérivée et tableau de variation.

(2) Soit g la restriction de f à $\mathbb{R}_+$. Justifier que g est injective et définir $\operatorname{im} g$.

(3) Déterminer g^{-1} .

G. Lorang