

Question 1

25 (=1+2+7+6+6+3) points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-4x} \cdot e^x & \text{si } x \leq 0 \\ -2x + 1 - \frac{x}{\ln x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- (1) Déterminer le domaine de définition de f .
- (2) Etudier la continuité de f en 0 et en déduire le domaine de continuité de f .
- (3) Etudier l'existence d'asymptotes au graphe de f .
- (4) Déterminer la dérivée de f et étudier en particulier la dérivabilité de f en 0.
- (5) Etudier le sens de variation de f et préciser les extréma éventuels.
- (6) Tracer le graphe de f dans un repère orthonormé du plan (unité : 1 cm).

Question 2

9 points

Déterminer en fonction du paramètre réel m le **nombre** de solutions de l'équation :

$$(m-2)e^{2x} + 2me^x - 1 = 0 \quad (\text{E})$$

Question 3

18 (=9+9) points

Résoudre dans \mathbb{R} :

- (1) $\log_3(3^x - 2) + x \leq \log_9 225$
- (2) $\log_{\frac{1}{9}}(3x - x^2) + \log_9 |x - 1| \leq \log_3 \frac{1}{x}$

Question 4

8 (=5+3) points

Calculer :

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log_3 x + \log_{0,5}(x+1)]$
- (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$