

---

**1B Devoir de mathématiques I,3 10.12.10**

---

**Question 1 35 (=4+3+6+3+3+6+5+5) points**

Déterminer les primitives suivantes sur un intervalle bien choisi :

- (1)  $\int \frac{(5x-1)^2}{2\sqrt{x}} dx$
- (2)  $\int \tan x \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$
- (3)  $\int x^2 \sqrt{3-x} dx$  (Faire la substitution :  $y = 3-x$ )
- (4)  $\int \frac{2}{x\sqrt{\ln(3x)}} dx$
- (5)  $\int \frac{x^2 + 2}{(x^3 + 6x)^4} dx$
- (6)  $\int e^x \sin(4x) dx$
- (7)  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{9-25x^2}} dx$
- (8)  $\int \frac{x-7}{x^2-2x-3} dx$  (Déterminer d'abord deux réels  $a$  et  $b$  tels que :  $\frac{x-7}{x^2-2x-3} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-3}$ )

**Question 2 3 points**

Déterminer la primitive sur  $\mathbb{R}_+^*$  de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{e^x}{e^x - 1},$$

qui prend la valeur  $\ln 2$  pour  $x = \ln 3$ .

**Question 3 17 (=7+4+2+4) points**

On considère la fonction  $f : x \mapsto xe^{\frac{1}{x}}$

- (1) Déterminer le domaine de définition de  $f$  et étudier l'existence d'asymptotes au graphe de  $f$ .
- (2) Déterminer la dérivée de  $f$  et dresser le tableau de variation.
- (3) Représenter graphiquement  $f$  dans un repère orthonormé.
- (4) Déterminer et représenter graphiquement la ou les tangentes au graphe de  $f$  passant par le point  $B(1,0)$ .  
Donner également les points de contact de ces tangentes avec  $\mathcal{G}_f$ .

**Question 4 5 points**

Résoudre l'inéquation suivante dans  $\mathbb{R}$  :

$$\log_x \sqrt{1-x} + \log_{x^2} (x+5) \geq 0$$