

## 1B Devoir de mathématiques II,1 11.02.11

### Question 1

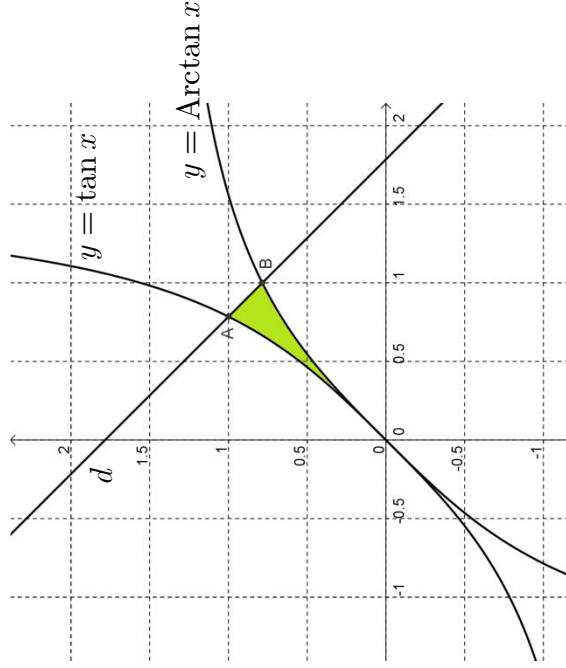
8 (=5+3) points

- Déterminer les points d'intersection de la courbe  $C \equiv y = x^3$  avec la droite  $D \equiv y = 7x + 6$ . Représenter  $C$  et  $D$  ainsi que leurs points d'intersection dans un repère orthogonal.
- En déduire l'aire de la partie du plan délimitée par  $C$ ,  $D$  et les droites d'équations  $x = -2$  et  $x = 2$ .

### Question 2

10 points

Sur la figure suivante, déterminer l'aire de la partie colorée, sachant que la droite  $d$  passe par les points  $A\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$  et  $B\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$ .



### Question 3

12 points

Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par le cercle  $C$  de centre  $A(5,0)$  et de rayon 5 et la parabole  $P \equiv y = x^2$  et comprenant le centre du cercle. On demande de déterminer *algébriquement* les points d'intersection de  $P$  et  $C$ .

### Question 4

14 (=5+5+4) points

Calculer :

$$(1) \int_0^{\frac{3}{2}} \frac{2x-1}{\sqrt{16-9x^2}} dx \quad (3) \int \sin^2(2x) \cos(3x) dx$$

$$(2) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1}{\sin^3 x} dx \quad (\text{poser : } t = \tan \frac{x}{2})$$

### Question 5

16 (=10+6) points

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = x \ln^2 x$ .

- Etudier  $f$  : a) domaines d'existence et de continuité, b) comportement aux bornes du domaine, c) sens de variation, d) représentation graphique sur  $[0, 2]$  dans un repère orthonormé (unité = 4 cm).
- Soit  $\lambda$  un réel tel que  $0 < \lambda < 1$ . Déterminer l'aire  $\mathcal{A}(\lambda)$  de la partie du plan comprise entre le graphe de  $f$ , l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = \lambda$  et  $x = 1$ . Calculer  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \mathcal{A}(\lambda)$  et interpréter graphiquement ce résultat.