Nom : .... Prénom : ....

1CB2 Devoir de mathématiques I,2 14.11.2017

Durée : 100' ***Calculatrice autorisée***

Question 1 18 (=11+7) points

Soit la fonction $f : x \mapsto \ln\left(e^x + 1\right)$ et $\mathcal{G}_f$ son graphe dans un repère orthonormé.

(1) Etudier f : a) domaines de définition et de continuité, b) limites aux bornes du domaine et comportement asymptotique, c) position de $\mathcal{G}_f$ par rapport aux asymptotes éventuelles d) dérivée et tableau de variation e) représentation graphique.

(2) Justifier soigneusement les réponses aux questions suivantes : a) Préciser $\operatorname{im} f$. b) Est-ce que f est injective ? c) Si oui, déterminer l'expression analytique de f^{-1}, son domaine et son ensemble des images. d) Préciser finalement le sens de variation de f^{-1} et les asymptotes au graphe de f^{-1}, sans aucun calcul.

Question 2 22 (=6+10+6) points

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

(1) $\log_3\left(2x-1\right) - \log_{\frac{1}{3}}\left(4-x\right) \leq \log_{\sqrt{3}}\left(\sqrt{2x+2}\right)$ (EFES, sept. 2015, sections C,D)

(2) $\ln\left(2e^x - 5\right) > \ln\left(13e^{-x} - 30e^{-2x}\right)$ (EFES, juin 2017, section B)

(3) $\log_{x+2}\left(2x\right) = \log_{2x}\left(x+2\right)$ (EFES, juin 2016, section B)

Question 3 20 (=2+4+4+8+2) points

Soit la fonction $f_m : x \mapsto \ln\left(\dfrac{1-mx}{x+1}\right)$, où m est un paramètre réel ***strictement positif*** et soit $\mathcal{C}_{f_m}$ son graphe dans un repère orthonormé.

(1) Déterminer, en fonction m, le domaine de définition de f_m.

(2) Déterminer toutes les asymptotes à C_{f_m}.

(3) Calculer $f_m{}'$ et en déduire, en fonction m, le tableau de variations de f_m.

(4) Montrer que $\mathcal{C}_{f_m}$ (avec $m > 0$) admet un point d'inflexion I_m unique dont on déterminera les coordonnées.

(5) Représenter graphiquement $f_{\frac{1}{4}}$ et préciser les coordonnées exactes de $I_{\frac{1}{4}}$.