

*Durée : 110'**Calculatrice autorisée***Question 1****15 (=10+5) points**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$(1) \quad \log_{\frac{1}{4}}(3x - x^2) - \log_2\left(\frac{1}{x}\right) + \log_4|x - 1| \leq 0$$

$$(2) \quad 7^{x+\frac{4}{3}} - 5^{3x} = 2\left(7^{x+\frac{1}{3}} + 5^{3x-1}\right) \quad (EFES : \text{juin } 2016, \text{ section } B)$$

**Question 2****27 (=1+7+11+2+6) points**On donne la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x \ln \frac{x+1}{x}$ .

- (1) Déterminer le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de  $f$ .
- (2) Etudier le comportement asymptotique de la fonction  $f$ .
- (3)
  - a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .
  - b) Déterminer les limites en  $+\infty$  et en  $-\infty$  de  $f'$  et étudier les variations de la fonction dérivée  $f'$ .
  - c) En déduire le signe de la fonction  $f'$ .
  - d) Dresser le tableau des variations et de concavité de la fonction  $f$ .
- (4) Représenter graphiquement  $f$  dans un repère orthonormé du plan.
- (5) Déterminer algébriquement les coordonnées du point  $M$  du graphe de  $f$  admettant une tangente au graphe de  $f$  passant par le point  $P(0,2)$ . Déterminer une équation cartésienne de la tangente trouvée et représenter cette tangente sur la figure de la question précédente.

Tournez s.v.p.

### Question 3

18 (=2+4+2+6+4) points

Soit la fonction

$$g : x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x^{\frac{1}{x}}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- (1) Etudier la continuité de  $g$  en 0 et en déduire le domaine de continuité de  $g$ .
- (2) Etudier la dérivabilité de  $g$  en 0 et interpréter graphiquement le résultat. Préciser ensuite le domaine de dérivabilité de  $g$ .
- (3) Etudier le comportement asymptotique de  $g$ .
- (4) Calculer  $g'$  et en déduire le tableau de variations de  $g$ .
- (5) En déduire le nombre de solutions de l'équation :

$$m^{2x} = x,$$

où  $m$  est un paramètre réel  $> 0$ .

G. Lorang