

*Durée :100'**Calculatrice autorisée***Question 1****23 (=3+6+5+5+4) points**

Calculer les intégrales indéfinies suivantes par une méthode de votre choix et préciser les intervalles sur lesquelles elles sont définies :

(1)
$$\int \frac{2}{\sqrt{x} (3\sqrt{x} - 2)^6} dx$$

(3)
$$\int \frac{5x - 3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

(2)
$$\int \frac{x + 1}{2x^2 - x + 1} dx$$

(4)
$$\int \sin^2(3x) \cos^2(2x) dx$$

(5)
$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx \quad (\text{poser } t = \sin x)$$

Question 2**26 (=5+3+3+6+3+6) points**

Calculer les intégrales définies suivantes :

(1)
$$\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{3 - 2 \cos x} dx$$

(4)
$$\int_{-3}^{-2} x \ln(x^2 - 1) dx$$

(2)
$$\int_0^{\log_3 2} 3^{-2x+1} dx$$

(5)
$$\int_0^1 x(1-x)^{2017} dx$$

(3)
$$\int_0^2 x\sqrt{4-2x} dx$$

(6)
$$\int_1^\pi \sin(\ln x) dx$$

Question 3**11 points**

On donne la fonction $f : x \mapsto \frac{1 - 2 \ln x - 2 \ln^2 x}{x^2}$.

Déterminer, si elles existent, les abscisses des points de la courbe représentative de f qui admettent une tangente passant par l'origine du repère. (juin 2017)

G. Lorang

Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$		
$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$	$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\cos(\pi + x) = -\cos x$	$\cos(-x) = \cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\tan(\pi + x) = \tan x$	$\tan(-x) = -\tan x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$	
$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$	
$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$		$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$
$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$		
$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$		$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$
$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$		
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$	
$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$	$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$	$\cos 3x = -3 \cos x + 4 \cos^3 x$	
$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$		$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$
$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$		
$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$		$\tan p - \tan q = \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$
$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$		
$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$		
$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$		
$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$		