

Mathématiques I (20 min)

Question 1

15 (=9+6) points

On donne les points $A(1,0,2)$, $B(2,1,1)$, $C(0,1,1)$ et $D(3,3,-1)$ de l'espace rapporté à un repère orthonormé.

- (1)
 - a) Etablir des équations paramétriques des droites AB et CD .
 - b) Les deux droites sont-elles parallèles ?
 - c) Les deux droites sont-elles sécantes ? Si oui, déterminer leur intersection.
 - d) Les deux droites sont-elles perpendiculaires ?
- (2)
 - a) Etablir une équation cartésienne du plan ABC .
 - b) Le point D appartient-il à ce plan ? Pouvait-on prévoir cette réponse ?

Mathématiques II (70 min)

Question 2

6 points

Énoncer et démontrer le lien entre des logarithmes de bases différentes.

Question 3

18 (=3+4+9+2) points

Soit la fonction

$$f : x \mapsto \frac{(1 + 2 \ln x)^2}{x}$$

et \mathcal{G}_f son graphe dans un repère orthonormé.

- (1) Quel est le domaine de définition de f ? Déterminer les racines éventuelles de f et justifier que \mathcal{G}_f est situé au-dessus de l'axe des abscisses.
- (2) Étudier les limites aux bornes du domaine et en déduire les asymptotes éventuelles à \mathcal{G}_f .
- (3) Quel est le domaine de dérivabilité de f ? Calculer $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau des variations de f . On demande de calculer les valeurs exactes des extréma sans l'aide de la calculatrice V200.
- (4) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

(Examen de fin d'études secondaires / juin 1998)

Question 4

21 (=9+8+4) points

Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

(1) $2 \ln(2x - 1) - \ln(3x - 2x^2) > \ln(4x - 3) - \ln x$

(Examen de fin d'études secondaires / juin 2006)

(2) $\ln \sqrt{2x + 3} \leq \ln \sqrt{e} - \frac{1}{2} \ln(1 - 2x)$

(Examen de fin d'études secondaires / juin 2005)

(3) $\sqrt{27}^{x+1} > 4^x$ (N.B. : Pour cette inéquation, on exprimera l'ensemble de solutions en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.)

G. Lorang