

*Durée : 110'**Calculatrice autorisée***Question 1****22 (16+6) points**(1) On donne le polynôme P défini par :

$$P(z) = z^3 + (-4 - 7i) \cdot z^2 + (1 + 18i) \cdot z - 10 - 55i$$

Résoudre l'équation $P(z) = 0$ dans \mathbb{C} sachant que le polynôme admet une seule racine imaginaire pure.

(2) Résoudre dans \mathbb{C} :

$$(3 + 2i) \cdot z = -8 + 9i + 5i\bar{z}$$

Question 2**19 (=6+6+2+5) points**

Soit la fonction définie par

$$f : x \mapsto \ln(x) + \frac{1}{x-2}$$

et soit \mathcal{G}_f son graphe dans un repère orthonormé du plan.

- (1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f , calculer ensuite les limites aux bornes du domaine et déterminer toutes les asymptotes à \mathcal{G}_f .
- (2) Calculer la dérivée de f et en déduire le tableau des variations. Préciser les extrema éventuels (valeurs exactes et valeurs approchées à 10^{-2} près).
- (3) Déterminer l'équation exacte de la tangente t à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 3.
- (4) Représenter graphiquement f et la tangente t dans un repère orthonormé du plan.

Question 3**14 (=5+9) points**Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes dans \mathbb{R} et donner l'ensemble des solutions :

(1) $3 \cdot 2^{x-2} - 2^{-x+3} = 5$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x-1}{x^2-4} \right) \geq 1$

Question 4**5 points**

Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{2x-1}$