

*Durée : 110'**Calculatrice autorisée***Question 1****14 (=3+3+4+4) points**On donne le système suivant, où  $m$  est un paramètre réel :

$$\begin{cases} mx + 4y + 2z = 2m \\ (m-1)x + my + z = m \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

- (1) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système admet une solution unique.
- (2) Résoudre et interpréter géométriquement le système pour  $m = 1$ .
- (3) Résoudre et interpréter géométriquement le système pour  $m = 2$ .
- (4) Résoudre et interpréter géométriquement le système pour  $m = 3$ .

**Question 2****14 (=4+4+6) points**Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points  $A(2; -1; 0)$ ,  $B(-3; 0; 2)$ ,  $C(1; 2; -1)$ ,  $D(7; -4; 5)$  et  $E(-1; -2; 1)$ .

- (1) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- (2) Soit  $d$  la droite perpendiculaire à  $\pi$  et passant par  $D$ . Déterminer un système d'équations paramétriques de  $d$ , puis l'intersection  $d \cap \pi$ .
- (3) Déterminer une équation cartésienne du plan  $p$  passant par le point  $E$  et contenant la droite  $g$  d'équations cartésiennes :

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

**Indication** : déterminer d'abord un point et un vecteur directeur de  $g$ , préciser ensuite deux vecteurs directeurs de  $p$ .**Question 3****12 (=4+(3+5)) points**

- (1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante :

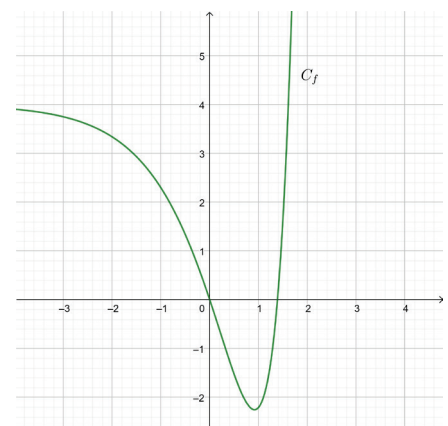
$$e^{2x} - 5e^x + 4 \leq 0$$

- (2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (e^x - 2)^2 - \frac{e^{2x}}{e^x}$$

et soit  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

- a) Simplifier l'expression de  $f(x)$  et utiliser les résultats de (1) pour étudier le signe de  $f(x)$ .
- b) Calculer l'aire la partie du plan comprise entre la courbe  $\mathcal{C}_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -1$  et  $x = \ln 4$  respectivement (valeur exacte et valeur approchée à  $10^{-3}$  près). On pourra utiliser les informations de la figure pour le calcul d'aire.



#### Question 4

8 (=4+5) points

Soit la fonction  $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$ .

- (1) Etudier a) les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$  et b) le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . En déduire une esquisse (très imprécise) de la courbe représentative de  $f$ .
- (2) Calculer l'aire (valeur exacte) de la partie du plan délimitée par la courbe représentative de  $f$ , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations  $x = -3$  et  $x = 4$  respectivement.

#### Question 5

12 (=6+2+4) points

- (1) Soit  $f : x \mapsto 1 - \ln(x+1)$ . Etudier  $f$ : a) domaine, b) limites aux bornes du domaine et comportement asymptotique, c) dérivée et tableau des variations
- (2) Tracer dans un même repère orthonormé du plan les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g = \exp$ . Veiller à représenter correctement  $f(0)$  et  $g(0)$ .
- (3) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les graphes des deux fonctions  $f$  et  $g$  et les deux droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$  respectivement.

G. Lorang