Question 2

(1) $\operatorname{dom} f =]-5,6]$

(2) $f(2) = 0$, $f(3) = -1$, $f(0) = 4$ et $f(-2) = 2$.

(3) $f(x) = 3 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$

(4) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 2$

(5) f est strictement décroissante sur [0,4].

(6) Tableau de variation

x	-5	0		4	6
$f(x)$	$\|\|$ ↗	4 (M)	↘	-2 (m)	↗ -0,4 (M)

(7) a) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-4,2[$

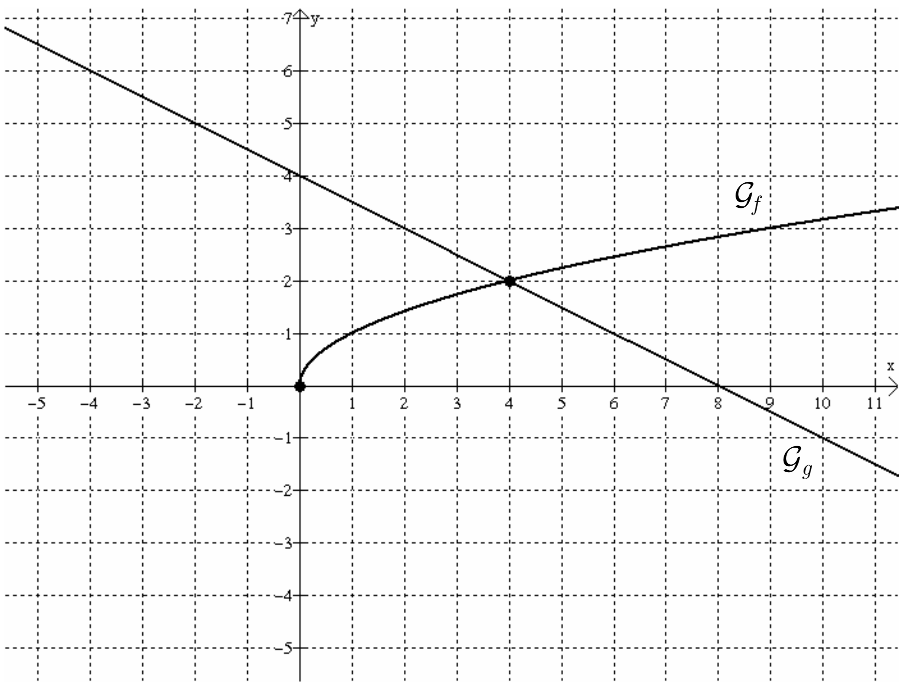
b) $f(x) \leq 3 \Leftrightarrow x \in]-5,-1] \cup [1,6]$

c) $f(x) = -2 \Leftrightarrow x = 4$

d) $f(x) \geq -1 \Leftrightarrow x \in]-5,3] \cup [5,6]$

Question 3

Soit $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = -\frac{x}{2} + 4$. g est une fonction affine, son graphe est une droite. On représente graphiquement les deux fonctions :



Donc :

a) $\sqrt{x} = -\dfrac{x}{2} + 4 \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 4$

b) $\sqrt{x} \leq -\dfrac{x}{2} + 4 \Leftrightarrow x \in [0,4]$; $S = [0,4]$

c) $\sqrt{x} > -\dfrac{x}{2} + 4 \Leftrightarrow x > 4$; $S =]4,+\infty[$

Question 4 — 16 (=6+10) points

(1) $\mathcal{G}_f$ est la droite passant par $A(-3,2)$ et $B(1,1)$:

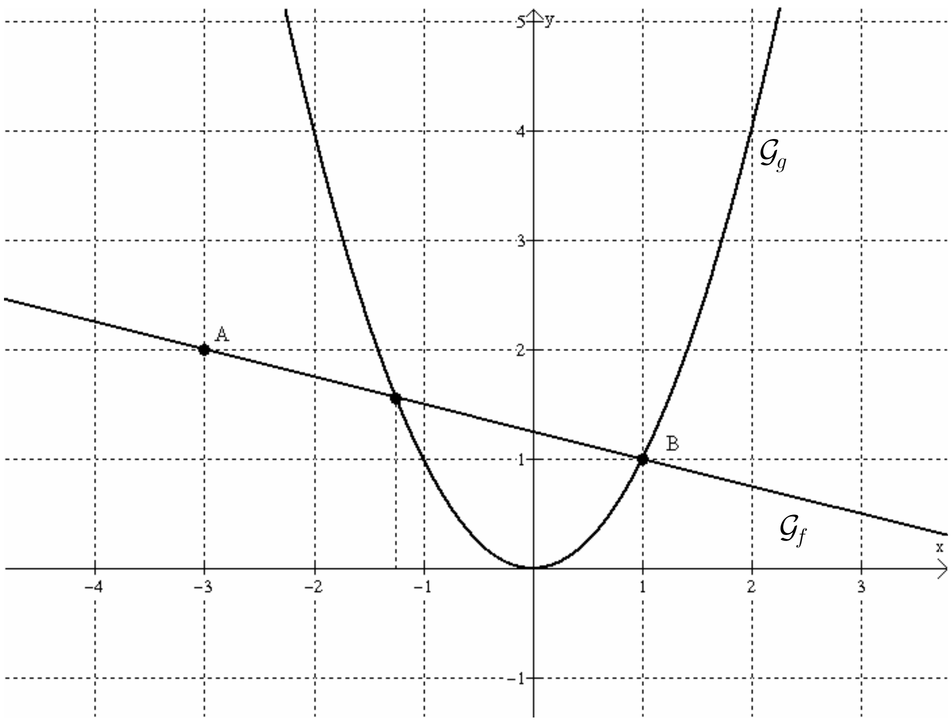
Coefficient directeur : $a = \frac{1-2}{1+3} = -\frac{1}{4}$.

Donc $\mathcal{G}_f : y = -\frac{1}{4}x + b$.

$B \in \mathcal{G}_f \Leftrightarrow 1 = -\frac{1}{4} + b \Leftrightarrow b = \frac{5}{4}$

Donc $\mathcal{G}_f : y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$, c.-à-d. $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$.

(2) Soit $g(x) = x^2$. On représente graphiquement f et g :



Donc graphiquement :

a) $f(x) = x^2 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x \cong -1{,}2$

b) $f(x) \geq x^2 \Leftrightarrow x \in [-1{,}2 ; 1]$

Algébriquement :

a) $f(x) = x^2$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} = x^2$

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} = 0 \,/\cdot 4$

$\Leftrightarrow 4x^2 + x - 5 = 0$

$\Delta = 81$

$x_1 = \dfrac{-1-9}{8} = -\dfrac{5}{4} = -1{,}25$

$x_2 = \dfrac{-1+9}{8} = 1$

Donc : $S = \{1, -\frac{5}{4}\}$

a) $f(x) \geq x^2$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \geq x^2$

$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \leq 0 / \cdot 4$

$\Leftrightarrow 4x^2 + x - 5 \leq 0$

On fait un tableau du signe de $4x^2 + x - 5$ (les racines ont été calculées ci-dessus) et on trouve $S = [-\frac{5}{4}, 1]$.

G. Lorang