

Exercice 1

- (1) Voir vours
 (2) Voir cours
 (3) On a :

$$\begin{aligned}
 x \cdot [(2 + y) \cdot z] &= x \cdot [z \cdot (2 + y)] && \text{à cause de C.} \\
 &= (x \cdot z) \cdot (2 + y) && \text{à cause de A.} \\
 &= (x \cdot z) \cdot 2 + (x \cdot z) \cdot y && \text{à cause de D.}_{/+} \\
 &= 2 \cdot (x \cdot z) + (x \cdot z) \cdot y && \text{à cause de C.} \\
 &= 2 \cdot (x \cdot z) + x \cdot (z \cdot y) && \text{à cause de A.} \\
 &= 2 \cdot (x \cdot z) + x \cdot (y \cdot z) && \text{à cause de C.} \\
 &= 2xz + xyz && \text{à cause de A.}
 \end{aligned}$$

- (4) La division n'est pas distributive par rapport à l'addition car voici un contre-exemple : $\underbrace{100 : (25 + 25)}_2 \neq \underbrace{100 : 25}_4 + \underbrace{100 : 25}_4$

- (5) La division n'est pas associative car voici un contre-exemple :

$$\underbrace{100 : (20 : 5)}_{25} \neq \underbrace{(100 : 20)}_1 : 5$$

Exercice 2

$$\begin{aligned}
 A &= 5(x^3 + y^3) - (x - y)^3 - 2y(x - y)^2 \\
 &= 5x^3 + 5y^3 - (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) - 2y(x^2 - 2xy + y^2) \\
 &= 5x^3 + 5y^3 - x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + y^3 - 2x^2y + 4xy^2 - 2y^3 \\
 &= 4x^3 + 4y^3 + x^2y + xy^2 \\
 B &= (3x + y)(y - 3x)(9x^2 + y^2) \\
 &= (y + 3x)(y - 3x)(9x^2 + y^2) \\
 &= (y^2 - 9x^2)(y^2 + 9x^2) \\
 &= y^4 - 81x^4
 \end{aligned}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad &x^2(x + 1) - 4x(x + 1) + 4x + 4 \\
 &= x^2(x + 1) - 4x(x + 1) + 4(x + 1) \\
 &= (x + 1)(x^2 - 4x + 4) \\
 &= (x + 1)(x - 2)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad & u^2 - x - x^2 + u \\
&= (u^2 - x^2) + (u - x) \\
&= (u - x)(u + x) + (u - x) \\
&= (u - x)(u + x + 1) \\
(3) \quad & a^3 - 8b^3 - 2ab(2b - a) \\
&= (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) + 2ab(a - 2b) \\
&= (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2 + 2ab) \\
&= (a - 2b)(a^2 + 4ab + 4b^2) \\
&= (a - 2b)(a + 2b)^2 \\
(4) \quad & 4(3x - 2y)^2 - x^2 - 36y^2 - 12xy \\
&= [2(3x - 2y)]^2 - (x^2 + 12xy + 36y^2) \\
&= (6x - 4y)^2 - (x + 6y)^2 \\
&= (6x - 4y - x - 6y)(6x - 4y + x + 6y) \\
&= (5x - 10y)(7x + 2y) \\
&= 5(x - 2y)(7x + 2y) \\
(5) \quad & a^2 + 9b^2 - 4x^2 - 6ab \\
&= (a^2 - 6ab + 9b^2) - 4x^2 \\
&= (a - 3b)^2 - (2x)^2 \\
&= (a - 3b - 2x)(a - 3b + 2x) \\
(6) \quad & a^4 - b^4 - a^2 + b^2 + 2ab(a - b)(a + b) \\
&= (a^4 - b^4) - (a^2 - b^2) + 2ab(a - b)(a + b) \\
&= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) - (a^2 - b^2) + 2ab(a - b)(a + b) \\
&= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) - (a - b)(a + b) + 2ab(a - b)(a + b) \\
&= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2 - 1 + 2ab) \\
&= (a - b)(a + b)[(a + b)^2 - 1] \\
&= (a - b)(a + b)(a + b - 1)(a + b + 1)
\end{aligned}$$