

Question 1

30 (=2+2+2+4+5+5+4+6) points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes et écrire l'ensemble des solutions :

(1) $x^2 = 5$

(2) $9x^2 = 4$

(3) $x^2 + 7 = 0$

(4) $x^4 = 81$

(5) $x^2 - 5x - 6 = 0$ *Indication* : $-5x = x - 6x$

(6) $(2x + 3)^2 - 25(x - 1)^2 = 0$

(7) $(x + 3)(x^2 - 4)(-5x + 12) = 0$

(8) $(x - 2)(x^2 - 3x) = -(2 - x)(x - 4)$

Question 2

20 (=7+7+6) points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations rationnelles suivantes après avoir déterminé les conditions d'existence et écrire l'ensemble des solutions :

(1) $\frac{1}{2x} + \frac{3}{x-2} = \frac{x-1}{x^2-2x}$

(2) $\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{x}{1-x} = 2$

(3) $\frac{1-3x}{x^2+x} = \frac{x-3}{x+1}$

Question 3

10 (=5+5) points

Soit x un réel non nul et

$$A = \frac{1}{x}, \quad B = x + 1 \quad \text{et} \quad C = x^2.$$

Calculer en fonction de x et simplifier le résultat autant que possible (sans chercher les conditions d'existence) :

(1) $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$

(2) $\frac{\frac{A}{B}}{C}$