

Exercice 1

(1) $A = \{2016, 2058\}$

(2) $B = \{50, 100, 200\}$

(3) $C = \{x \in 11\mathbb{N} \cup 7\mathbb{N} / 33 \leq x \leq 66\}$.

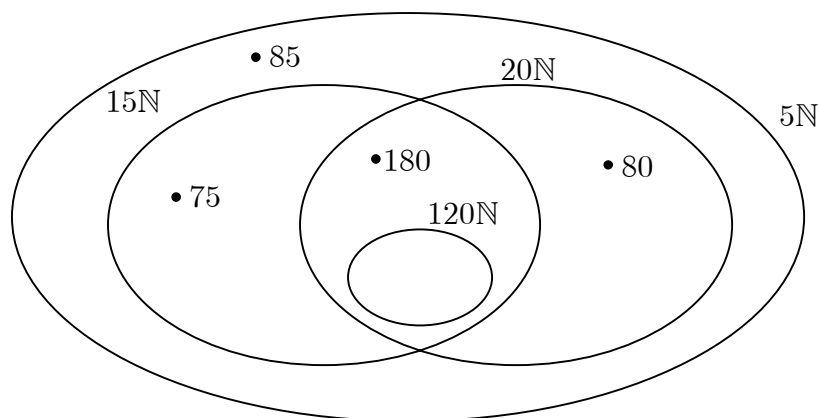
(4) a) $9\mathbb{N} \cap 13\mathbb{N} \cap 39\mathbb{N} = 117\mathbb{N}$

c) $\text{Div } 90 \cap \text{Div } 45 \cap \text{Div } 60 = \text{Div } 15$

b) $2\mathbb{N} \cup 6\mathbb{N} \cup 24\mathbb{N} = 2\mathbb{N}$

d) $\text{Div } 1000 \cap 125\mathbb{N} = \{125, 250, 500, 1000\}$

(5)



Exercice 2

- (1) La longueur d'un rail est un diviseur commun de 3672 et 5472. Comme les rails sont aussi longs que possible, leur longueur commune est nécessairement le $\text{pgcd}(3672, 5472)$. Or, $3672 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 17$ et $5472 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 19$. D'où la longueur d'un rail :

$$\text{pgcd}(3672, 5472) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72 \text{ m.}$$

- (2) La hauteur commune des trois tours est nécessairement un multiple commun de 12, de 14 et de 18. Puisque la hauteur doit être minimum (on cherche le nombre minimum de cubes), c'est nécessairement le $\text{ppcm}(12, 14, 18)$. Or : $12 = 2^2 \cdot 3$, $14 = 2 \cdot 7$ et $18 = 2 \cdot 3^2$. Donc la hauteur minimum est :

$$\text{ppcm}(12, 14, 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252 \text{ cm.}$$

Les enfants arriveront difficilement à construire des tours aussi hautes : pensez à la fragilité de ces tours et à la hauteur de votre chambre ! Si les enfants sont donc très persévérants, ils auront besoin de $252 : 12 = 21$ cubes bleus, de $252 : 14 = 18$ cubes jaunes et de $252 : 18 = 14$ cubes rouges, donc au total, ils nécessiteront au moins $21 + 18 + 14 = 53$ cubes pour construire 3 tours de hauteurs égales !

Exercice 3

- $4 \mid \overline{3x7y2} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{y2} \Leftrightarrow y = 1 \text{ ou } y = 3 \text{ ou } y = 5 \text{ ou } y = 7 \text{ ou } y = 9$ (1).
- $3 \mid \overline{3x7y2} \Leftrightarrow 3 \mid 3 + x + 7 + y + 2 \Leftrightarrow 3 \mid 12 + x + y \Leftrightarrow 3 \mid x + y$ (2).

Si $y = 1$, alors $x = 2$ ou $x = 5$ ou $x = 8$

Si $y = 3$, alors $x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = 6$ ou $x = 9$

Si $y = 5$, alors $x = 1$ ou $x = 4$ ou $x = 7$

Si $y = 7$, alors $x = 2$ ou $x = 5$ ou $x = 8$

Si $y = 9$, alors $x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = 6$ ou $x = 9$

Il y a donc en tout 17 solutions :

32712, 35712, 38712,
30732, 33732, 36732, 39732
31752, 34752, 37752,
32772, 35772, 38772,
30792, 33792, 36792, 39792

G. Lorang