Nom : .... Prénom : ....

6CM1 | Corrigé du devoir II,2 | 14.03.2017

Durée : 55′ ***Calculatrice non autorisée***

Question 1 — 14 points

Trois chauffeurs Alain, Bernard et Cédric commencent leur travail à 5h chaque matin. Alain fait un circuit en exactement 18 minutes, puis revient au dépôt. Celui de Bernard dure 36 minutes et celui de Cédric dure 48 minutes. Leur est-il possible de déjeuner ensemble entre 12h et 14h ? Si oui, à quelle heure exactement peut commencer leur déjeuner ?

Soit t le temps en minutes après lequel les chauffeurs se rencontrent au dépôt.
t est un multiple commun de 18, 36 et de 48, donc un multiple de leur ppcm.

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3^2$
$36 = 4 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2$
$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 2^4 \cdot 3$

$\text{ppcm}(18, 36, 48) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$

Donc t est un multiple de 144.

Or : 144 min = 2h 24 min
Donc :
1re rencontre à 7 h 24
2e rencontre à 9 h 48
3e rencontre à 12 h 12
4e rencontre à 14 h 36
Le déjeuner peut donc commencer à 12h 12

Question 2 13 points

Le long d'une route, des arbres étaient plantés régulièrement (d'un côté seulement). La distance qui séparait deux arbres était toujours la même et correspondait à un nombre entier de mètres. Certains des arbres ont été arrachés et il n'en reste plus que 4, désignés par A, B, C et D sur le schéma ci-dessous.

Retrouver le nombre d'arbres arrachés, sachant que la distance entre deux arbres était compris entre 15 et 20 m.

Soit d la distance entre 2 arbres. d est un diviseur commun de 360, de 432 et de 504, donc c'est un diviseur de leur pgcd.

$$360 = 36 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$432 = 4 \cdot 108 = 4 \cdot 4 \cdot 27 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^3$$
$$504 = 9 \cdot 56 = 9 \cdot 7 \cdot 8 = 3^2 \cdot 7 \cdot 2^3 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{pgcd}(360, 432, 504) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

div 72

1	2	3	4	6	8
72	36	24	18	12	9

Comme $15 \leq d \leq 20$, on a $d = 18$ m.

$$\frac{360}{18} + \frac{432}{18} + \frac{504}{18} = 20 + 24 + 28 = 72$$

Avant l'arrachage il y avait 72 intervalles entre les arbres, donc 73 arbres.
Le nombre d'arbres arrachés est de
$73 - 4 = \underline{69}$

Question 3 13 (=1+3+3+3+3) points

(1) ***Compléter*** : $a-b$ et $b-a$ sont des nombres ..opposés..........................

(2) Enoncer l'***associativité*** de la ***multiplication*** :

Voir cours

(3) Est-ce que la ***division*** est ***commutative*** ?

Voir cours

(4) Quelles ***propriétés*** permettent d'écrire les égalités suivantes :

a) $3 \cdot (x+8) = 3x + 24$ b) $x^2 \cdot (xy) = x^3 y$ c) $5 - a = -a + 5$

a) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

b) Associativité de la multiplication

c) Commutativité de l'addition

(5) Calculer à l'aide d'une identité remarquable : $19{,}7^2$

$$\begin{aligned} 19{,}7^2 &= (20-0{,}3)^2 \\ &= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 0{,}3 + 0{,}3^2 \\ &= 400 - 12 + 0{,}09 \\ &= 388{,}09 \end{aligned}$$

Question 4 — 13 (=7+6) points

Souligner les termes de l'expression donnée, puis ***effectuer*** et ***réduire*** cette expression en utilisant si possible les identités remarquables.

(1) $\left(2a+\dfrac{b}{3}\right)\left(\dfrac{b}{3}-2a\right)-\left(\dfrac{a}{2}+b\right)^2$

$$= \left(\frac{b}{3}+2a\right)\left(\frac{b}{3}-2a\right)-\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2+\cancel{2}\cdot\frac{a}{\cancel{2}}\cdot b+b^2\right]$$

$$= \frac{b^2}{9}-4a^2-\frac{a^2}{4}-ab-b^2$$

$$= -\frac{16a^2}{4}-\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{9}-\frac{9b^2}{9}-ab$$

$$= -\frac{17a^2}{4}-\frac{8b^2}{9}-ab$$

(2) $5\left(2x-3\right)\left(-x+4\right)+\left(\dfrac{x}{2}-7\right)\left(x-4\right)$

$$= 5\left(-2x^2+8x+3x-12\right)+\left(\frac{x^2}{2}-2x-7x+28\right)$$

$$= 5\left(-2x^2+11x-12\right)+\left(\frac{x^2}{2}-9x+28\right)$$

$$= -10x^2+55x-60+\frac{x^2}{2}-9x+28$$

$$= -\frac{20}{2}x^2+\frac{x^2}{2}+55x-9x-60+28$$

$$= -\frac{19x^2}{2}+46x-32$$

Question 5 7 (=2+5) points

Factoriser les expressions suivantes en mettant en évidence tous les facteurs communs :

(1) $81x^4y^5 - 54x^3y^6 - 27x^3y^5$

$= 27x^3y^5(3x - 2y - 1)$

(2) $(a-2b)(x+3) - 7a(x+3) - (x+3)(b-3a)$

$= (x+3)[(a-2b) - 7a - (b-3a)]$

$= (x+3)(a - 2b - 7a - b + 3a)$

$= (x+3)(-3a - 3b)$

$= -3(x+3)(a+b)$

Place pour les calculs :