

**Devoir de mathématiques**  
**(Devoir à double correction)**  
**1B**  
**10 février 2009**

**Durée de l'épreuve : 100 minutes**

**La clarté des raisonnements, la qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie interviendront dans l'appréciation.**

**3 points pour une copie propre et lisible!**

**1<sup>ère</sup> question :**

*Les parties 1) - 4) sont indépendantes.*

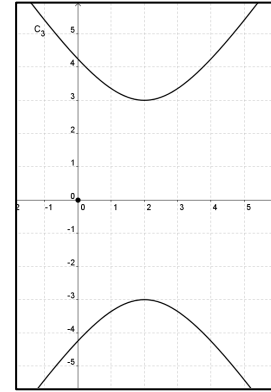
*Dans toute cette question le plan est supposé être muni d'un R.O.N.*

1) Etablir les équations cartésiennes des coniques dont on donne les informations suivantes :

- a) le centre est  $O$ , l'axe focal est  $Oy$ , la longueur du grand axe est 12 et la distance focale est 8 ;
- b) le centre est  $O$ , l'axe focal est  $Ox$ , la droite d'équation  $x = 3$  est une directrice et l'excentricité vaut  $\frac{4}{3}$  ;
- c) il s'agit d'une parabole de sommet  $O$ , d'axe focal  $Oy$ , de paramètre 5 et l'ordonnée du foyer est négative;
- d) il s'agit d'une hyperbole équilatère de centre  $O$ , un foyer est  $F(0,6)$ .

2) Identifier la conique  $\mathcal{C}$  d'équation  $9x^2 - 4y^2 - 36x - 16y + 56 = 0$ , donner ses éléments caractéristiques. Faire une figure (unité de longueur = 1 cm).

- 3) Etablir les équations des tangentes à l'hyperbole  
 $C_2 \equiv -9x^2 + 4y^2 + 36x - 72 = 0$  issues de l'origine.  
 (voir figure ci-contre !)



[3 x 12 = 36 pts]

**Question 2** : *N.B. : les parties 1) et 2 sont indépendantes !*

- 1) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé.

Soit  $w = i \frac{z - 2i}{z + i}$  avec  $z \in \mathbb{C} - \{-i\}$ . On note  $z = x + iy$  avec  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$ .

- a) Mettre  $w$  sous forme algébrique.
  - b) Déterminer l'ensemble  $E$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $w$  soit un réel.
  - c) Faire une figure représentant  $E$  (unité de longueur = 2 cm).
- 2) a) Calculer les racines carrées de  $z = -\sqrt{3} - i$ . Mettre les résultats sous forme algébrique.
- b) Mettre  $z = -\sqrt{3} - i$  sous forme trigonométrique et en déduire les formes trigonométriques des racines carrées de  $z$ .
- c) En déduire les valeurs exactes du cosinus et du sinus de  $\frac{7\pi}{12}$ .

[10 + 11 = 21 pts]

\*\*\*\*\*